

边坡稳定分析的非线性有限元混合解法

颜天佑^{1,2}, 李同春^{1,2}, 赵兰浩^{1,2}, 戴妙林^{1,2}, 周桂云^{1,2}

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 南京 210098; 2. 河海大学水利水电工程学院, 南京, 210098)

摘 要: 在对有限元强度折减法和有限元迭代解法的优缺点分析的基础上, 提出了边坡稳定分析的非线性有限元混合解法, 该法将有限元强度折减法和有限元迭代解法联合运用于边坡稳定分析, 充分利用了两种方法的优点。即由有限元强度折减法搜索边坡可能滑动面, 将可能滑动面在网格中画出, 由迭代解法逐步迭代求得其滑动面的安全系数。并以算例和工程实例说明了此种方法的正确性和合理性。

关 键 词: 边坡稳定; 安全系数; 有限元; 混合解法

中图分类号: O 242.21

文献标识码: A

A mixed nonlinear finite element method for slope stability analysis

YAN Tian-you^{1,2}, LI Tong-chun^{1,2}, ZHAO Lan-hao^{1,2}, DAI Miao-lin^{1,2}, ZHOU Gui-yun^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Hydrology, Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai university, Nanjing, 210098, China)

Abstract: Based on the analysis of the strength reduction FEM and the finite element iteration method, according to the virtues of two methods, a mixed finite element method for slope stability analysis is proposed, which unites the strength reduction FEM and the finite element iteration method together for slope stability analysis. Firstly, the strength reduction FEM is used to find the position of the possible slip surface, and then, the found slip surface is established in the calculational model; lastly, the stability safety factor of the surface is obtained by the finite element iteration method. The validity and accuracy of the proposed procedure is demonstrated by a numerical example and an engineering practical example.

Key words: slope stability; safety factor; finite elements; mixed method

1 引 言

1975 年, 英国科学家 Zienkiewicz 在边坡稳定分析中引入有限元法^[1], 但由于当时力学概念不十分明确, 而且受到计算程序及计算精度的影响, 该法很难在实践中推广应用。20 世纪末, 随着计算机技术和有限元技术的发展, 有限元法开始在边坡分析中得到广泛的应用^[2-4], 并取得了大量的成果。目前主要的方法有三类: (1) 非线性有限元强度折减法; (2) 有限元增量加载法; (3) 非线性有限元迭代解法。

有限元增量加载法在实际应用相对较少, 而有限元强度折减法成为近年来边坡稳定分析的新趋势。该法克服了极限平衡法的不足, 能够充分考虑土体变形, 渗流效应, 复杂的边界条件, 水位骤降、地震荷载的影响, 优点比较明显^[5-7]。但一个关键

问题: 如何判断结构达到极限状态, 即如何定义边坡的失稳判据, 工程界目前还没有统一的标准。在分析了有限元强度折减法和有限元迭代解法^[8]优缺点的基础上, 对有限元强度折减法的失稳判据进行了讨论, 提出了边坡稳定分析的非线性有限元混合解法, 将有限元强度折减法和有限元迭代解法联合运用于边坡稳定分析, 即由有限元强度折减法搜索边坡可能滑动面, 将可能滑动面在网格中画出, 由迭代解法求解其滑动面的安全系数。用算例和工程实例说明此种方法的正确性和合理性。

2 有限元强度折减法

对于岩土中广泛的采用的莫尔-库仑材料, 强度折减安全系数 K 可以表示为:

$$\tau = (c + \sigma \tan \varphi) / K = c_e + \sigma \tan \varphi_e \quad (1)$$

$$c_e = c / K \quad \tan \varphi_e = (\tan \varphi) / K \quad (2)$$

在计算中,有限元强度折减法利用不断降低岩土体的强度参数(粘聚力 c 和内摩擦角 φ)使得结构达到极限状态,此时材料强度参数的降低系数 K 为所求的安全系数。有限元法较传统方法具有很多优点,但对于边坡的失稳判据,工程界目前还没有统一的标准。总的说来,主要有三种失稳判据:

(1)以有限元迭代求解过程的不收敛作为边坡失稳的判据^[3-5,9]。(2)以塑性区(或者等效塑性应变)从坡脚到坡顶贯通作为边坡失稳的判据^[10,11]。

(3)以坡体内部特征部位位移突变作为边坡失稳的判据^[12,13]。

通过研究分析,上述三种失稳判据各有优缺点:

(1)失稳时边坡内部土体塑性应变、应力水平等某些物理量的变化和分布具有某些特殊的特征,这种特征将不依赖于所采用的数值计算手段,因此以往所采用的限定收敛迭代最大次数的判定方法是不合适的,以节点不平衡力与外荷载的比值大于 10^{-3} 而导致数值计算不收敛作为边坡失稳破坏依据也具有一定的人为任意性。

(2)塑性区贯通并不一定意味着边坡整体破坏,塑性区贯通是破坏的必要条件,但不是充分条件。

(3)用位移进行判断时,结构中位移特征点的选择以及位移对折减系数的依赖性曲线中突变点的选择具有一定的任意性。

(4)对于大型复杂工程来说,每一项加固措施对安全系数的提高比较小,用有限元折减法考察加固措施对危岩体抗滑稳定安全系数影响的精确性不是很高。

3 有限元迭代解法

有限元迭代解法是一种以刚体极限平衡基本思想为基础的直接迭代方法,是一种滑动面已知情况下边坡稳定分析的有效方法,不仅可以计算出边坡沿已知滑动面的安全系数,且能同时给出边坡临界失稳时的位移场和应力场。

迭代解法和强度折减法在边坡稳定安全系数的定义是相同的,两种方法得到的安全系数都是强度储备安全系数。所不同的是:(1)迭代解法只适用于滑裂面已知的情况下求解边坡的稳定安全系数,而强度折减法不需要假定滑动面的形状和位置;(2)两者在判断边坡达到极限状态的依据不同。

用有限元迭代解法分析时,边坡稳定的非线性特性主要反映在滑动面上,滑动面上的强度准则一般采用摩尔—库仑准则。滑动面的单元形式主要采用

文[14]中提出的常规的矩形(平面)或立方体(空间)的统一模式。当边坡处于临界稳定状态时,滑动面上的滑动力和阻滑力满足:

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^m (N_i \tan \varphi_i / K + c_i A_i / K)}{\sum_{i=1}^m T_i} \quad (3)$$

式中: m —危岩体内滑动面个数; N_i —第 i 个滑动面上的法向力; T_i —第 i 个滑动面上沿滑动方向的切向力; A_i —第 i 个滑动面上受压区面积。

当滑动面上某点应力位于屈服面之外,用弹塑性方法求解时,法向应力和剪应力同时按比例调整到屈服面上。而刚体极限平衡思路相应的应力调整方法是正应力不变,只调整剪应力,使应力状态位于屈服面之上。将修正后的局部坐标下的应力转换成整体坐标下的应力代入有限元平衡方程中继续迭代,直到收敛为止。

4 边坡稳定分析的非线性有限元混合解法

将有限元强度折减法和有限元迭代解法联合运用于边坡稳定分析,可以充分利用两种方法的优点。用有限元强度折减法搜索边坡可能的滑动面,将滑动面在模型中画出,用有限元迭代解法分析边坡沿可能滑动面的稳定安全系数。将两种方法联合运用主要有以下几个优点:

(1)可以充分发挥有限元强度折减法的优势,能够对具有复杂地貌地质的边坡进行分析,通过对塑性区的分析确定边坡可能的滑动面。

(2)用有限元迭代解法对边坡可能滑动面进行分析,以滑动面上的滑动力与阻滑力平衡作为边坡极限状态的判据,避开了有限元强度折减法中难以定义边坡失稳判据的问题,且得到的安全系数更符合刚体极限平衡基础上的相应规范条例。

(3)当通过分析塑性区范围确定复杂结构的可能滑动面时,可能出现多条可能滑动面的情况,通过有限元迭代法可以确定最危险滑动面。

(4)有限元迭代解法求解边坡稳定安全系数时具有速度快,精度高的特点,且受网格尺寸的影响比较小,当分析多种工况或者一系列加固措施时,有限元迭代解法具有较大的优势。

5 算例

一均质土坡,坡高 $h = 20 \text{ m}$,土容重 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$,粘聚力 $c = 42 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi = 17^\circ$,坡脚 $\beta = 45^\circ$,求边坡的稳定安全系数。如图 1 所示,

按照平面应变建立有限元模型，边界条件为左右两侧水平约束，下部固定约束，下部固定，上部为自由边界。

根据有限元强度折减法对上述模型的计算结果，分析其塑性区分布（如图2），将滑动面在网格中画出（如图3）。边坡在自然状态下已经保持稳定，存在一个初始应力场。计算分析时，在保持危岩体初始应力（包括滑动面上单元的屈服属性）的基础上，根据非线性有限元法中边坡稳定安全系数的定义，逐步迭代降低滑动面材料的抗剪参数，安全系数计算结果见表1，图3中并给出了边坡在极限状态（ $K=1.106$ ）时边坡的增值位移矢量图。

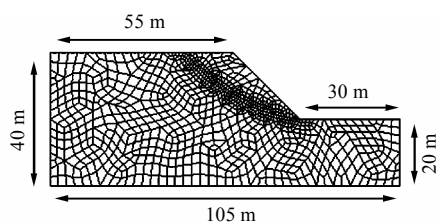


图1 算例边坡及其有限元模型

Fig.1 Slope and FEM model of the example

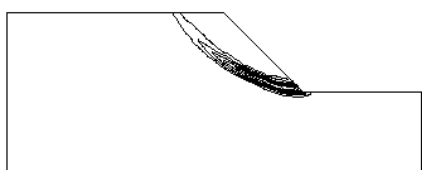


图2 有限元强度折减法求得的塑性区图

Fig.2 Plastic zone obtained by strength reduction FEM

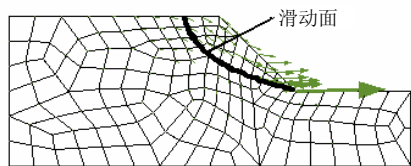


图3 极限状态时新模型的位移矢量图

Fig.3 Displacement vector of new model in critical state

从表1中看出，采用外接圆屈服准则计算得安全系数比传统方法大许多，而有限元混合解法得到的结果与采用摩尔—库伦等面积屈服准则以及传统的极限平衡方法（Spencer法）计算的结果十分接近，从而证明了边坡稳定分析的有限元混合解法的正确性，合理性。

表1 用不同方法求得的稳定安全系数

Table 1 Safety factors by different methods

方法	DP1	DP4	简化 Bishop	Spencer 法	混合解法
安全系数	1.36	1.12	1.06	1.12	1.106

对于边坡稳定的安全系数问题，网格尺寸通常是非常重要的一个因素。为了研究网格尺寸对计算结果影响，考察有限元迭代解法对网格尺寸依赖程度的大小，以图3中模型为基础，将最大网格尺寸由10 m逐渐减小到1 m，模型的结点由196个增加到4 670个，求得的安全系数变化的范围为（1.106~1.101），变化的幅度为0.45%，说明了几种网格得到的计算结果几乎相同。由此可以看出，有限元迭代解法对网格尺寸的依赖性并不明显。

6 工程应用

某边坡典型剖面如图4所示，下部外侧为III号堆积体，埋深有20~50 m，危岩体位于右坝肩 T_1m 灰岩陡壁上，地形地貌表现为近乎直立、局部倒悬的陡壁，顶部高程1 080 m，底部高程900 m，相对高差180 m。L1裂缝以100%的贯通率考虑，危岩体内主要发育有底座 T_1y^3 泥岩，泥岩底部与 T_1y^{2-3} 顶部交界夹层J1、 T_1y^3 泥岩内部夹层J2、 T_1y^3 泥岩顶部与 T_1m^1 底部交界的夹层J3、 T_1m^1 内发育的J4夹层，四个夹层均可能为危岩体的滑移面。表2给出了危岩体的材料参数。

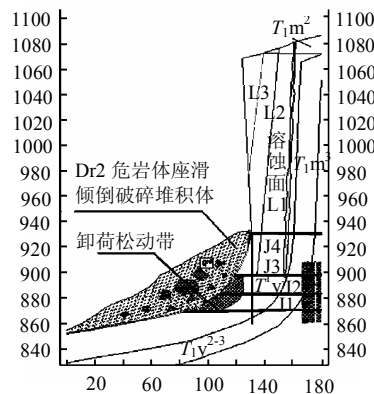


图4 危岩体典型剖面图

Fig.4 Typical section of endangered rock mass

表2 材料参数

Table 2 Material parameters

地层	岩性	容重	变模	泊松比	抗剪断强度	
		$/g \cdot cm^{-3}$	$/10^4 MPa$		f'	c/MPa
T_1m^2	薄层白云岩泥质白云岩	2.68	0.5	0.32	0.65	0.6
T_1m^1	中厚层灰岩白云质灰岩	2.68	0.5	0.3	0.7	0.7
T_1y^3	泥岩、粉砂质泥岩	2.67	0.2	0.32	0.45	0.3
T_1y^{2-3}	白云灰岩	2.69	1	0.25	1	1
	J ₁ 、J ₃ 、J ₄	2.65	0.15	0.35	0.35	0.01
	J ₂	2.65	0.15	0.35	0.3	0.01
	III号堆积体内部	2	0.15	0.3	0.4	0.01
	III号堆积体界面	2	0.15	0.3	0.4	0.015
	L ₁ 、L ₂ 裂隙回填材料	2.3	1.5	0.2	0.7	0.3

建立危岩体的有限元模型,如图 5 所示,模型共 15 488 个节点,13 086 个单元,危岩体的岩体部分采用八结点六面体等参单元,软弱结构面采用近似矩形或长方体的常规薄层单元来模拟,用有限元强度折减法对上述模型计算分析。图 6 给出了在危岩体在破坏时典型剖面上危岩体的塑性区图,根据塑性区图判断出危岩体的可能滑动面有两个:

第一种可能滑动破坏面,如图 7 所示,危岩体底座泥岩中剪切面从 L1 末端沿与垂线成 35° 倾斜至 J2 滑动面,然后沿着 III 号堆积体界面滑出。第二种可能滑动破坏面,如图 8 所示,泥岩中剪切面倾斜至 J1 滑动面,然后沿着 III 号堆积体界面滑出。

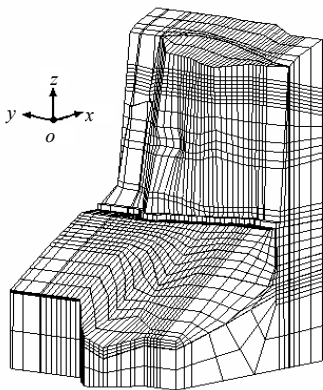


图 5 危岩体初次网格图
Fig.5 First FEM meshes of endangered rock mass

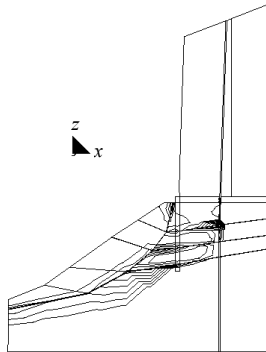


图 6 极限状态时典型剖面塑性区图
Fig.6 Plastic zone in critical state

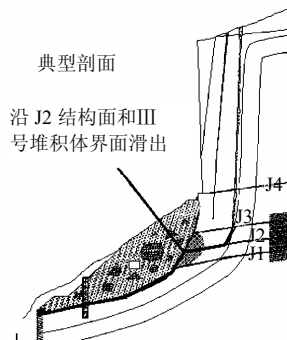


图 7 第一种可能滑动面位置图
Fig.7 First potential slip surface

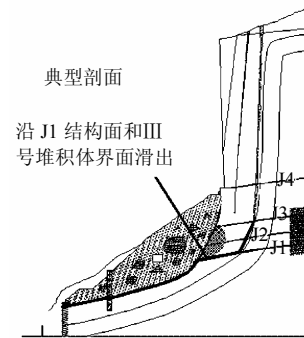


图 8 第二种可能滑动面位置图
Fig.8 Second potential slip surface

根据有限元强度折减法搜索得到的可能滑动面的位置,将可能滑动面在新的模型中画出。如图 9 所示,模型共有 39 841 个节点,36 488 个单元。

表 3 给出了危岩体沿两种不同滑动面的抗滑稳定安全系数,结果表明:Dr2 危岩体沿着 J1 结构面和 III 号堆积体界面滑出的安全系数较小,所以将第二种可能滑动面作为危岩体的最危险滑动面。图 10 给出了危岩体原始状态下,最危险滑动面材料的抗剪参数降低 1.0519 倍后的位移增量示意图。

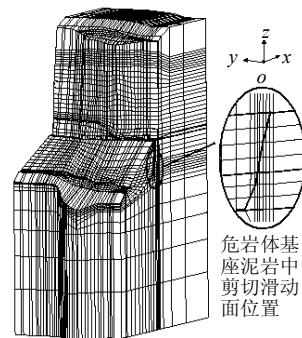


图 9 包含可能滑动面的网格图
Fig.9 New FEM meshes including potential surfaces

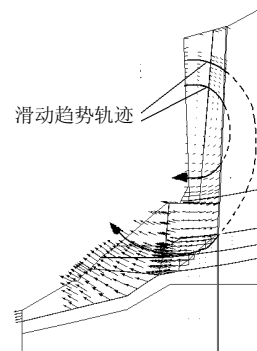


图 10 典型剖面破坏时位移矢量图
Fig.10 Displacement vector of typical section in critical state

从以上的分析中可以看出危岩体的破坏方式为座滑,滑动面从危岩体的 L1 缝和 J3 结构面的交界

处开始,穿过 J2 结构面和危岩体底部 T_1y^3 泥岩,和 J1 软弱结构面相交,最后沿着 III 号堆积体界面滑出。分析座滑原因:主要由于上百米高的陡立岩柱重荷直接作用在下部软岩基座上,在重力或其它外荷载作用下,基座软岩已遭到不同程度的破坏,并形成断续的压碎剪切面。

表 3 两种可能滑动面的安全系数

Table 3 Safety factors of two potential slip surfaces

可能滑动面序号	特点	抗滑安全系数
第一种	沿 J2 结构面和 III 号堆积体界面滑出	1.1709
第二种	沿 J1 结构面和 III 号堆积体界面滑出	1.0519

危岩体的勘探平洞揭露,危岩体底部 T_1y^3 泥岩因受上部荷载作用,已有一定的压缩变形,在底部 T_1y^3 泥岩中 $35^\circ \sim 45^\circ$ 方向上,存在着一定数量的断续的小范围的弱结构面,从而验证了以上分析的正确性。

7 结 论

(1)有限元强度折减法能够对具有复杂地貌地质的边坡进行分析,通过对塑性区的分析确定边坡可能的滑动面。

(2)将有限元强度折减法和有限元迭代解法联合运用于边坡稳定分析,可以充分利用两种方法的优点。用有限元强度折减法搜索边坡可能的滑动面,将滑动面在模型中画出,用有限元迭代解法对边坡可能滑动面进行分析,以滑动面上的滑动力与阻滑力平衡作为边坡极限状态的判据,避开了有限元强度折减法中难以定义边坡失稳判据的问题,且得到的安全系数更符合刚体极限平衡基础上的相应规范条例。

(3)当通过分析塑性区范围确定复杂结构的可能滑动面时,可能出现多条可能滑动面的情况,通过有限元迭代解法可以确定最危险滑动面。

(4)边坡稳定分析有限元混合解法中,难点在于在原有网格基础上生成折减法解得的滑动面,如果能用程序自动实现这一过程,有限元混合解法则能得到更广泛的应用。

参 考 文 献

[1] ZIENKIEWICZ O C, HUMPESON C, LEWIS R W. Associated and nonassociated visco-plasticity in soil mechanics[J]. *Geotechnique*, 1975, 25(4): 671—689.

[2] MATSUI T, SAN K-C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique [J]. *Soils and Foundations*, 1992, 32(1): 59—70.

[3] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 59—70.

[4] DAWSON E M, ROTH W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(6): 835—840.

[5] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(5): 343—346.

[6] 刘明维, 郑颖人. 基于有限元强度折减法确定滑坡多滑动面方法[J]. *岩石力学与土工程学报*, 2006, 25(8): 1 544—1 549.

[7] 郑颖人, 赵尚毅, 张鲁渝. 用有限元强度折减法进行边坡稳定分析[J]. *中国工程科学*, 2002, 4(10): 57—62.

[8] 李同春, 卢智灵, 姚纬明, 等. 边坡抗滑稳定安全系数的有限元迭代解法[J]. *岩石力学与土工程学报*, 2003, 22(3): 446—450.

[9] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. *岩土力学*, 2005, 26(2): 332—336.

[10] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. *防灾减灾工程学报*, 2003, 23(3): 1—7.

[11] 刘柞秋, 周翠英, 董立国, 等. 边坡稳定及加固分析的有限元强度折减法[J]. *岩土力学*, 2005, 26(4): 558—561.

[12] 宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算[J]. *岩土工程学报*, 1997, 19(2): 1—7.

[13] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. *岩土力学*, 2005, 26(8): 1 345—1 348.

[14] 姚纬明, 李同春, 任旭华, 等. 带软弱结构面岩体的弹塑性有限元分析[J]. *河海大学学报*, 1999, 27(3): 34—38.

[15] YAO Wei-ming, LI Tong-chun, REN Xu-hua, et al. Elasto-plastic FEM analysis for rock mass with weak surfaces[J]. *Journal of Hohai University*, 1999, 27(3): 34—38.